

Exercices de trigonométrie

EXERCICE 1

Trouver les mesures principales puis les valeurs exactes du sinus et du cosinus des angles suivants.

1) $\frac{7\pi}{6}$

3) $\frac{4\pi}{3}$

5) $\frac{71\pi}{3}$

7) $-\frac{107\pi}{4}$

9) $-\frac{13\pi}{6}$

2) $\frac{9\pi}{4}$

4) $\frac{11\pi}{6}$

6) $\frac{81\pi}{4}$

8) $-\frac{97\pi}{3}$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle sur \mathbb{R} , puis représenter les solutions sur le cercle unité :

1) $2 \sin x + 1 = 0$

4) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

2) $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$

5) $4 \cos^2 x - 1 = 0$

3) $\cos(2x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

6) $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

EXERCICE 3

Résoudre les inéquations suivantes sur $I =]-\pi; \pi]$ et sur $J = [0; 2\pi[$

1) $2 \sin x + \sqrt{2} < 0$

3) $2 \sin x + 1 \geq 0$

2) $2 \cos x - \sqrt{3} \leq 0$

4) $\sqrt{2} \cos x > 1$

EXERCICE 4

Résoudre dans $] -\pi; \pi]$:

1) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x$

2) $4 \sin^2 x - 3 \leq 0$

3) $2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$

4) $2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 \leq 0$

Étude de fonctions

EXERCICE 5

f est la fonction définie par : $f(x) = \frac{2}{2 + \cos x}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Montrer que la fonction f est paire et déterminer sa période.
- 3) Calculer la fonction dérivée f' et déterminer son signe sur l'intervalle $[0; \pi]$.
- 4) Dresser le tableau de variation de f sur $[-\pi; \pi]$ et tracer l'allure de la fonction sur $[-\pi; 3\pi]$

EXERCICE 6

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos^2(2x) + \cos(2x) - 1$

- 1) Déterminer la période et la parité de la fonction f .
- 2) Déterminer l'intervalle d'étude de la fonction f .
- 3) Calculer la fonction dérivée f' et déterminer son signe sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
- 4) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ et tracer l'allure de la fonction sur $[-\pi; \pi]$

EXERCICE 7

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \left(1 + \cos \frac{x}{2}\right) \sin \frac{x}{2}$

- 1) Déterminer la période et la parité de la fonction f .
- 2) Déterminer l'intervalle d'étude de la fonction f .
- 3) Calculer la fonction dérivée f' et déterminer son signe sur l'intervalle $[0, 2\pi]$
- 4) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-2\pi, 2\pi]$ et tracer l'allure de la fonction sur $[-4\pi; 4\pi]$

EXERCICE 8

Vrai - Faux

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponse.

f est la fonction définie sur $I = \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ par : $f(x) = \sin^2 x \cos(2x)$

- **Proposition 1** : $\forall x \in I, f(x) \geq 0$
- **Proposition 2** : $\forall x \in I, f'(x) = \sin(2x)(1 - 4 \sin^2 x)$
- **Proposition 3** : La fonction f est décroissante sur $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$
- **Proposition 4** : La fonction f est décroissante sur $\left[-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right]$
- **Proposition 5** : $\forall x \in I, f(x) \leq \frac{1}{8}$