- Feuille d'exercices n° 1 sur les probabilités -

Exercice 1: (4 points)
Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues.
Pour un élève donné, on note A l'événement : « l'élève étudie l'anglais » et E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

1) Que représente l'événement $A \cap E$?
2) Que représente l'événement $A \cup E$?
3) Combien d'élèves n'apprennent ni l'anglais ni l'espagnol ?
4) Quel est l'événement contraire de A ?

Exercice 2: (6 points)
Un sac contient des jetons carrés ou ronds, de couleur verte, bleue ou noire.
Il y a 10 jetons verts dont 4 carrés; 10 des 12 jetons bleus sont carrés; 14 des 18 jetons noirs sont ronds.

1) Utiliser un arbre ou un tableau pour donner le nombre de jetons de chaque sorte.
2) On tire un jeton au hasard : on suppose qu'il y a équiprobabilité. Soit A l'événement : « le jeton est vert », B l'événement : « le jeton est carré » et C l'événement : « le jeton est carré et n'est pas bleu ».

a) Calculer les probabilités respectives de A, de B et de C.
b) Calculer les probabilités des événements contraires de A, de B et de C.
c) Exprimer par une phrase l'événement contraire de C.

Exercice 3 : (4 points)
On joue avec un dé truqué à 6 faces. On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1,2,3,4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\frac{1}{2}$.

1) Soit A l'événement : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Calculer p(A).
2) Soit B l'événement : « obtenir 1 ». Déterminer p(B).
3) Soit C l'événement : « obtenir un nombre pair ». Déterminer p(C).
   En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.

Exercice 4 : (6 points)
Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.
On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10 » ;

1) Calculer les probabilités des événements A, B, C, $A \cap B$, $B \cap C$ et $A \cap \overline{C}$.
2) En déduire la probabilité des événements $A \cup B$ et $A \cup \overline{C}$.

Que peut-on dire de l'événement $A \cup \overline{C}$?

Exercice n°5 : Un dé cubique est truqué.
On lance le dé et on regarde le numéro apparu sur la face supérieure.

1) Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de l'expérience aléatoire :

Issues possibles	1	2	3	4	5	6
Probabilités	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	

2) Calculer la probabilité des événements suivants :

a) D : obtenir un nombre impair ;
b) E : obtenir un nombre supérieur à 4 ;
c) S : obtenir un multiple de 7 ;
d) I : obtenir un nombre inférieur à 10 .

Exercice n°6 : Voici la répartition des 200 élèves de terminales dans un Lycée.

	L	**ES**	**S**	**STMG**
Filles	13	41	20	21
Garçons	11	37	33	24

Calculer les probabilités des événements suivants en donnant les résultats en **pourcentages** :

F : « L'élève choisi en une fille »
L : « L'élève choisi est en série L »
N : « L'élève choisi n'est pas en S »
I : « L'élève choisi est une fille de série L »
O : « L'élève choisi est une fille **ou** est en L »

Exercice n°7 : Le tableau suivant donne la répartition des élèves d'un Lycée. On choisit au hasard un élève dans ce Lycée.

	Seconde	**Première**	**Terminale**	**Totaux**
Filles	20,00%	14,50%	17,40%	
Garçons	18,00%	13,50%	16,60%	
Totaux				

Après avoir complété les marges du tableau, calculer les probabilités des événements suivants :

a) F : l'élève choisi est une fille ;
b) S : l'élève choisi est en seconde ;
c) M : l'élève choisi est une fille de seconde ;
d) G : l'élève choisi est un garçon ou est en seconde

Exercice n° 8 : On choisit au hasard une carte parmi un jeu de 32 cartes.
On considère les événements suivants :

C : « La carte tirée est un cœur » ; R : « La carte tirée est un roi ».

1) Calculer la probabilité des événements C et R.

2) Exprimer par une phrase l'événement $C \cap R$, puis calculer sa probabilité $P(C \cap R)$;

3) Exprimer par une phrase l'événement $C \cup R$, puis calculer sa probabilité $P(C \cup R)$;

4) Exprimer l'événement « ne tirer ni cœur ni roi » à l'aide des événements précédents, puis calculer sa probabilité.

Exercice n°9 :

1) On donne, $P(A)=0{,}8$, $P(B)=0{,}4$ et $P(A \cap B)=0{,}5$. Calculer $P(\overline{A})$, $P(\overline{B})$ et $P(A \cup B)$.

2) On donne $P(E)=0{,}48$, $P(F)=0{,}6$ et $P(E \cup F)=0{,}77$. Calculer $P(\overline{E})$, $P(\overline{F})$ et $P(E \cap F)$.

3) On donne $P(\overline{G})=0{,}63$, $P(\overline{H})=0{,}37$ et $P(\overline{G \cup H})=0{,}74$. Calculer $P(G \cup H)$ puis $P(\overline{G} \cup \overline{H})$.

Exercice n°10 : Tirage avec remise.

Un sac contient 5 billes Rouges, 3 billes Vertes et 2 Bleues.

On choisit une bille au hasard dans ce sac,
puis on la remet et on en choisit une deuxième encore au hasard.

1) Illustrer cette situation avec un arbre de probabilités.

2) Déterminer les probabilités des événements suivants :

M : « obtenir deux billes de couleurs identiques »
D : « obtenir deux billes de couleurs différentes »
B : « obtenir au moins une bille bleue »
C : « obtenir exactement une bille bleue »

3) Décrire l'événement $D \cap C$ avec une phrase, puis sous la forme d'un ensemble d'issues.

4) Décrire l'événement $D \cup C$ par une phrase puis calculer $P(D \cup C)$.

Exercice n°11 : Tirage sans remise.

Un sac contient 3 billes Noires, 5 billes Rouges et 2 billes Vertes.
On choisit deux billes au hasard dans le sac et on note leur couleur.

L'univers de cette expérience aléatoire sera noté $\Omega=\{NN, NR, NV, RN, RR, RV, VN, VR, VV\}$.

Tous les résultats seront donnés sous forme de nombres décimaux.

1) Illustrer la situation par un arbre de probabilités en écrivant les probabilités de chacune des issues aux bout des branches de l'arbre (les extrémités de l'arbre s'appellent des feuilles). ?

2) On considère les événements suivants :
M :« les deux billes sont de même couleur »
D : « les deux billes sont de couleurs différentes » ;
V : « au moins une des deux billes est verte ».

a) Calculer $P(M)$ puis en déduire $P(D)$. Calculer ensuite $P(V)$.

b) Écrire l'événement $V \cap D$ sous forme d'un ensemble d'issues, puis calculer $P(V \cap D)$.

c) Exprimer par une phrase l'événement $V \cup D$, puis calculer $P(V \cup D)$.

Exercice n°12 : Un magasin de vêtement achète 40% de sa marchandise chez le grossiste A et le reste chez le grossiste B.

Une étude de qualité a permis de constater que 5% des vêtements provenant du grossiste A et 3% des vêtements provenant du grossiste B présentent un défaut.

On prélève un vêtement du stock du magasin au hasard et on considère les événements :

A : " le vêtement provient du grossiste A " ;
B : " le vêtement provient du grossiste B " ;
D : " le vêtement présente un défaut ".

1) Calculer $P(A)$ et $P(B)$.

2) Illustrer cette situation avec un arbre de probabilité.

3) Calculer la probabilité qu'un vêtement choisi au hasard dans le stock présente un défaut.

Exercice n°13 : Une production en très grande série contient 90% de pièces conformes et 10% de pièces défectueuses. Un contrôle de qualité accepte les pièces conformes dans 92% des cas et rejette les pièces défectueuses dans 94% des cas.
Après le contrôle de qualité, on tire une pièce au hasard dans la production et on considère les événements suivants :

C :« la pièce tirée est conforme » et A :« la pièce tirée a été acceptée par le contrôle ».

Tous les résultats seront donnés sous forme de nombres décimaux.

1) Illustrer la situation avec un arbre de probabilité.

2) Donner la probabilité que la pièce tirée soit :

a) conforme et acceptée par le contrôle ;
b) conforme et rejetée par le contrôle ;
c) défectueuse et acceptée par le contrôle ;
d) défectueuse et rejetée par le contrôle.

3) En déduire la probabilité que la pièce prélevée ait subi une erreur de contrôle.

Exercice n°14 :

Une enquête a été menée dans une entreprise pour connaître le moyen de transport utilisé par les salariés pour se rendre sur leur lieu de travail.
On a obtenu les informations suivantes :

25% des salariés, dont 60% d'hommes, utilisent leur voiture ;
55% des salariés, dont 40% d'hommes, utilisent les transports en commun ;
20% des salariés, dont 30% d'hommes, viennent à pied ou à vélo.

On choisit la fiche d'un salarié au hasard. On considère les événements suivants :

V : " le salarié utilise sa voiture " ;
C : " le salarié utilise les transports en commun " ;
B : " le salarié vient à pied ou à vélo " ;
H : " le salarié est un homme " ;
F : " le salarié est une femme ".

1) Déterminer, à l'aide de l'énoncé, $P(V)$, $P(C)$ et $P(B)$.

2) Illustrer cette situation avec un arbre de probabilité.

3) Calculer $P(H)$ et $P(F)$.

Exercice n° 15 : On réalise l'expérience aléatoire suivante :

On lance un dé cubique équilibré. Si l'on obtient 1 ou 6 on choisit une bille au hasard dans un sac contenant 3 billes Noires et 2 billes Blanches. Sinon, on choisit une bille au hasard dans un autre sac contenant 1 bille Noire et 3 billes Vertes.

1) Illustrer cette expérience en réalisant un arbre de probabilités en écrivant les probabilités sur chaque branche de cet arbre sous forme de fractions.

2) Calculer les probabilités de chacune des issues possibles de cette expérience, $P(B)$, $P(V)$ et $P(N)$. On donnera les résultats sous forme de fractions simplifiées.

3) Calculer $P(\overline{N})$ puis $P(B\cup\overline{N})$.

Exercice n°16 :

Un dé en forme de dodécaèdre a ses faces numérotées de 1 à 12.
On le suppose bien équilibré. On lance le dé et on considère les événements suivants :

I : « On obtient un nombre impair » M : « On obtient un multiple de 3 »

D : « On obtient un diviseur de 12 »

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1) Écrire les événements sous forme d'ensembles , puis calculer $P(I)$, $P(M)$ et $P(D)$.

2) Exprimer par une phrase l'événement $\overline{M}$ puis calculer sa probabilité.

3) Exprimer par une phrase les événements $M\cap D$ et $M\cup D$,
puis calculer leurs probabilités.

Exercice n°17 : Derniers calculs avec les unions et les intersection d'événements.

A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire d'univers Ω.

1) On donne : $P(A)=0,5$, $P(\overline{B})=0,6$ et $P(A\cap B)=0,1$. Calculer $P(A\cup B)$.

2) On donne : $P(A)=0,35$, $P(B)=0,5$ et $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0,35$. Calculer $P(A\cup B)$.

3) On donne : $P(\overline{A})=0,4$, $P(B)=0,25$ et $P(\overline{A\cup B})=0,15$. Calculer $P(A\cap B)$.