- Quelques exercices sur les fonctions et la calculatrice -

Exercice n°1 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=x^2+2x-3$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

2) **Tableau de valeurs** :

Vérifier que vous savez bien afficher un tableau de valeurs avec votre calculatrice pour remplir le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									

3) a) Calculer l'image de 2 par f .

b) Calculer l'image de $1{,}5$ puis l'image de $-2{,}5$ par f .

c) Quels sont les antécédents de -3 .

4) Représentation graphique :

> La représentation graphique de la fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x;y)$ tels que $y=f(x)$.

En utilisant un repère gradué en carreaux et le tableau de valeurs précédent, tracer une partie de la représentation graphique de f .

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-1$.

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<-3$.

Exercice n°2 : Apprendre à régler la fenêtre graphique, utiliser le Zoom.

On considère la fonction g définie par sur $[-2,5;2]$ par $g(x)=x^3-0,75x-0,25$.

1) Afficher la courbe à la calculatrice en utilisant la fenêtre standard.

2) Pour choisir une fenêtre graphique correcte, il faut tout d'abord afficher un tableau de valeurs de la fonction pour x variant de $-2,5$ à 2 avec un $pas=0,5$.

a) Afficher ce tableau de valeurs et compléter les valeurs suivantes :

$x_{min}=\dots\dots\dots$ $x_{max}=\dots\dots\dots$
$y_{min}=\dots\dots\dots$ $y_{max}=\dots\dots\dots$

b) Retourner sur le graphique et régler les axes en conséquence.

Vous remarquez cependant que « près de l'axe des abscisses » la courbe n'est pas très claire. Si l'on veut avoir une idée plus précise de la courbe à cet endroit, on peut essayer avec un ZOOM sur la calculatrice. Apprenez à le faire !

Combien l'équation $g(x)=0$ a-t-elle de solution sur ce graphique ?
Cela est-t-il certain ?

c) Pour le vérifier par le calcul, montrer que : $g(x)=\frac{1}{4}(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$.

d) Déterminer alors les solutions exactes de l'équation $g(x)=0$.

Exercice n°3 : On considère la fonction h définie par : $h(x)=\frac{x-1}{2x-5}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.

2) Calculer l'image de -3, celle de 0 et celle de $\frac{1}{5}$.

3) Déterminer le ou les antécédents de -1 et de 0 par h.

4) Remplir le tableau de valeurs suivant :

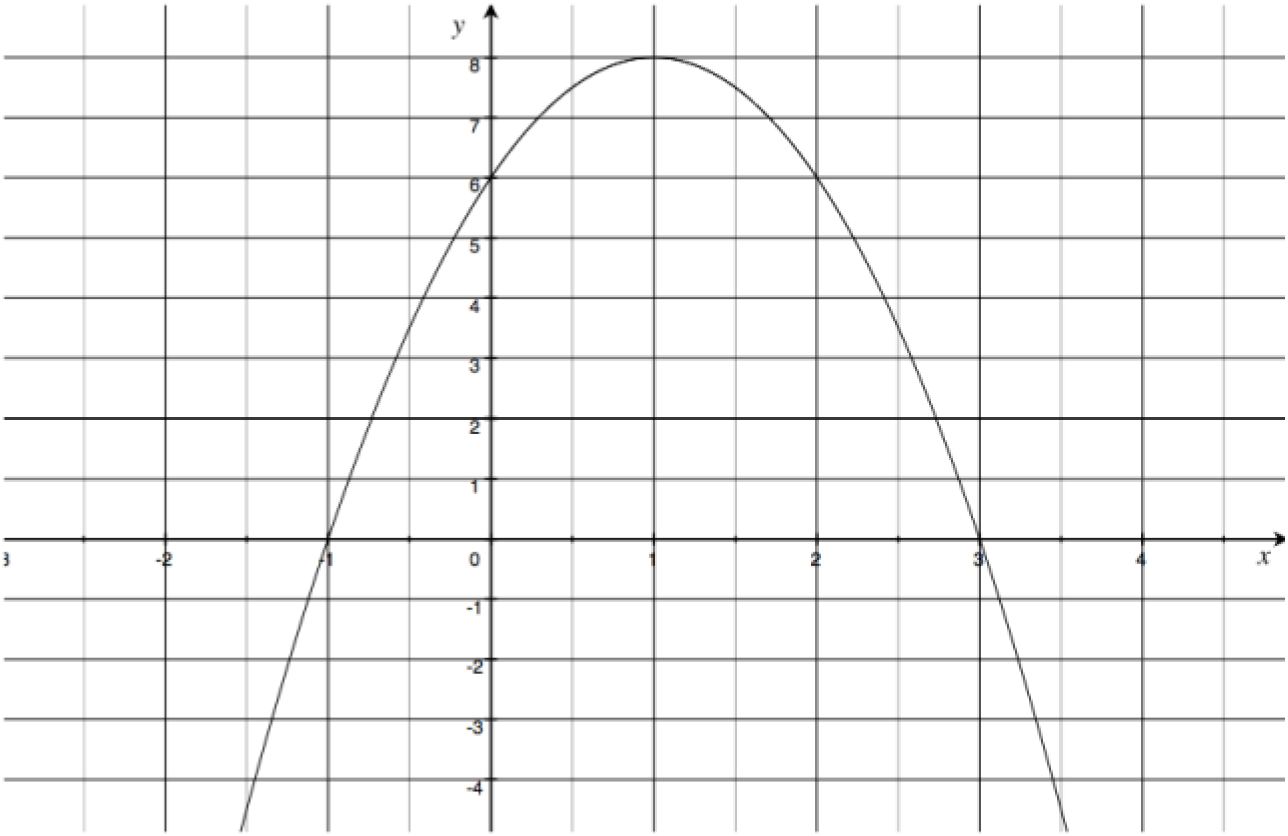
x	-4	-3	-2	-1	0	1	$1,5$	2	$2,4$	$2,6$	3	4
$h(x)$												

5) Tracer la courbe de la fonction h dans un repère orthonormal d'unité 2 carreaux.

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $h(x)>0$.

7) Résoudre maintenant algébriquement cette inéquation.

Exercice n°4 : Voici la courbe représentative C_f d'une fonction f .



Par lecture graphique :

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

2) Déterminer l'image de 1 et l'image de $-\frac{1}{2}$ paf f .

3) Déterminer le ou les antécédents de 8 et de 6 par f .

4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<6$.

5) On donne maintenant l'expression de cette fonction f : $f(x)=-2x^2+4x+6$.

a) Retrouver algébriquement les réponses aux questions 2), 3) et 4).

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_f avec les deux axes du repère.

Exercice n°5 : Algorithme de balayage avec la calculatrice.

- L'objectif de cet algorithme est de déterminer une valeur approchée d'une solution d'une équation du type $f(x)=0$.
- Ou un encadrement de cette solution x_0 à une précision donnée au départ.
- C'est donc l'abscisse x_0 d'un point d'intersection de la courbe de f avec l'axe horizontal, nombre x_0 qui vérifie alors $f(x_0)=0$.
- On utilise cette méthode lorsqu'on ne sait pas résoudre l'équation $f(x)=0$ par le calcul.

On donne une fonction $f(x)=4x^3-3x+\frac{2}{3}$ définie uniquement sur $[-10;10]$.

<u>A faire</u> :

1) Afficher sa courbe sur la calculatrice.
2) Choisissez une fenêtre allant de $X_{min}=-10$ à $X_{max}=10$. Y a-t-il plusieurs possibilités ?
3) Essayez le ZOOM pour apprendre son fonctionnement.
4) Remplir un tableau de valeurs, avec un $pas=0,3$, pour vérifier que vous savez le faire.
5) Adapter une fenêtre pour bien visualiser les solutions de l'équation $f(x)=0$.
6) Combien cette équation a-t-elle de solutions ?

<u>A comprendre</u> :

J'appelle a la plus petite de ces solutions.
Je cherche un encadrement de a à 10^{-4} près.
Je cherche tout d'abord un point de départ sur le graphique.
Visiblement, j'ai un premier encadrement de a : $-1 < a < 0$ (encadrement à l'unité).

Je réalise un tableau des valeurs de $f(x)$ avec la calculatrice : $début=-1$ et $pas=0,1$.
Sur ce tableau, j'observe que :

> $f(x)$ passe de $-0,3\ldots$ à $0,4\ldots$ entre les valeurs $x=-1$ et $x=-0,9$.
> Comme le nombre $f(x)$ passe d'une valeur négative à une valeur positive, cette image passe par zéro entre les deux antécédents $x=-1$ et $x=-0,9$.

Ce qui permet d'affirmer un nouvel encadrement de la solution a recherchée : $-1 < a < -0,9$.

- Je réalise un nouveau tableau de valeurs avec cette fois : $début=-1$ et $pas=0,01$.
  J'obtiens le nouvel encadrement suivant pour a : $-0,97 < a < -0,96$.
- Puis nouveau tableau : $début=-0,97$ et $pas=0,001$.
  Et nouvel encadrement : $-0,961 < a < -0,96$.
- Puis dernier tableau avec : $début=-0,961$ et $pas=0,0001$.
  Et dernier encadrement : $-0,9610 < a < -0,9609$.

A vous de faire :

On appelle dans l'ordre b et c les deux autres solutions de l'équation $f(x)=0$.

1) Donner un encadrement de b à 10^{-3} près, en précisant les encadrements successifs obtenus à la calculatrice. D'abord à l'unité, puis au dixième, puis au centième et enfin au millième près.

2) Quel nombre peut-on précisément choisir dans un calcul, à la place du réel nombre b ?

3) Est-on certain que le résultat de ce calcul sera aussi à la précision de 10^{-3} ?

4) Établir de la même manière un encadrement de la dernière solution c à 10^{-4} près.