- Correction de quelques exercices sur les probabilités -

Exercice n°5 :

1) Comme la somme des probabilités doit être égale à 1, on a :

$$\frac{3}{10}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+P(6)=1$$
$$\frac{3}{10}+\frac{4}{6}+P(6)=1$$
$$\frac{3}{10}+\frac{2}{3}+P(6)=1$$

$$\frac{9}{30}+\frac{20}{30}+P(6)=1$$
$$\frac{29}{30}+P(6)=1$$

donc $P(6)=\frac{1}{30}$

issues	1	2	3	4	5	6
probabilités	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{30}$

2) a) $P(D)=P(1)+P(3)+P(5)=\frac{3}{10}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{10}+\frac{2}{6}=\frac{3}{10}+\frac{1}{3}=\frac{9}{30}+\frac{10}{30}$ ce qui donne $P(D)=\frac{19}{30}$

b) $P(E)=P(5)+P(6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{30}=\frac{5}{30}+\frac{1}{30}=\frac{6}{30}$ ce qui donne $P(E)=\frac{1}{5}$

c) $P(S)=0$ car il est impossible d'obtenir un multiple de 7 !

d) $P(I)=1$ car il est certain d'obtenir un nombre inférieur à 10 !

Exercice n°7 :

	Seconde	Première	Terminale	Totaux
Filles	20,00%	14,50%	17,40%	51,90 %
Garçons	18,00%	13,50%	16,60%	48,10 %
Totaux	38 %	28 %	34 %	100 %

a) $P(F)=51,9\,\%$ b) $P(S)=38\,\%$ c) $P(M)=20\,\%$

d) $P(G)=P(\text{garçons})+P(\text{secondes})-P(\text{garçons de secondes})=48,1+38-18=68,1\,\%$.

Exercice n°9 :

1) $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,8$ donc $P(\overline{A})=0,2$ et $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,4$ donc $P(\overline{B})=0,6$;

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,8+0,4-0,5$ donc $P(A\cup B)=0,7$.

2) $P(\overline{E})=1-P(E)=1-0,48$ donc $P(\overline{E})=0,52$ et $P(\overline{F})=1-P(F)=1-0,6$ donc $P(\overline{F})=0,4$

$P(E\cup F)=P(E)+P(F)-P(E\cap F)$ donc $P(E\cap F)=P(E)+P(F)-P(E\cup F)$

soit $P(E\cap F)=0,48+0,6-0,77$, d'où $P(E\cap F)=0,31$.

3) $P(G\cup H)=1-P(G\cup H)=1-0,74=0,26$

et $P(\overline{G}\cup\overline{H})+P(\overline{G}\cap\overline{H})=P(\overline{G})+P(\overline{H})$

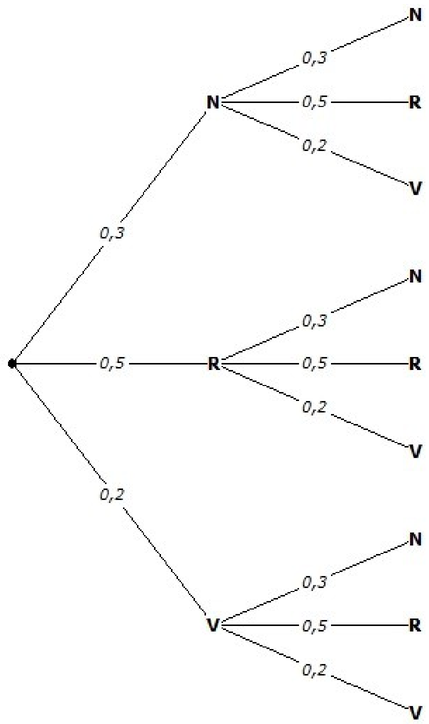
donc $P(\overline{G}\cup\overline{H})=P(\overline{G})+P(\overline{H})-P(\overline{G}\cap\overline{H})=0,63+0,37-P(\overline{G}\cap\overline{H})$

mais d'après les lois de Morgan, on sait que $P(\overline{G}\cap\overline{H})=P(\overline{G\cup H})=0,74$

donc finalement $P(\overline{G}\cup\overline{H})=0,63+0,37-0,74=0,26$.

Exercice n°10 : Tirage sans remise.

1) L'arbre de probabilités :



$P(NN)=0,3\times 0,3=0,09$

$P(NR)=0,3\times 0,5=0,15$

$P(NV)=0,3\times 0,2=0,06$

$P(RN)=0,5\times 0,3=0,15$

$P(RR)=0,5\times 0,5=0,25$

$P(RV)=0,5\times 0,2=0,1$

$P(VN)=0,2\times 0,3=0,06$

$P(VR)=0,2\times 0,5=0,1$

$P(VV)=0,2\times 0,2=0,04$

2) a) $P(M)=P(NN)+P(RR)+P(VV)=0,09+0,25+0,04$ donc $P(M)=0,38$.

$P(D)=P(\overline{M})=1-P(M)=1-0,38$ donc $P(D)=0,62$.

$P(V)=P(NV)+P(RV)+P(VN)+P(VR)+P(VV)=0,06+0,1+0,06+0,1+0,04$ donc $P(V)=0,36$

b) $V\cap D=\{NV;RV;VN;VR\}$ donc $P(V\cap D)=0,06+0,1+0,06+0,1$ donc $P(V\cap D)=0,32$.

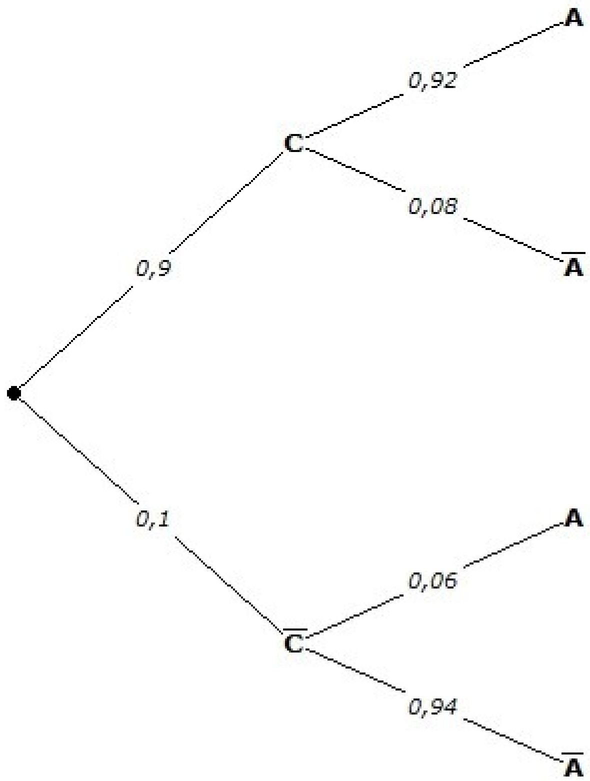
c) $V\cup D$: « au moins une bille est verte ou les deux billes sont différentes » ;

$P(V\cup D)=P(V)+P(D)-P(V\cap D)=0,36+0,62-0,32$ donc $P(V\cup D)=0,66$.

Exercice n°13 :

<table>
<tr>
<td>

1) Arbre de probabilités :



</td>
<td>

2)

a) $P(C \cap A) = 0,9 \times 0,92$ donc $P(C \cap A) = 0,828$;

b) $P(C \cap \overline{A}) = 0,9 \times 0,08$ donc $P(C \cap \overline{A}) = 0,072$;

c) $P(\overline{C} \cap A) = 0,1 \times 0,06$ donc $P(\overline{C} \cap A) = 0,006$;

d) $P(\overline{C} \cap \overline{A}) = 0,1 \times 0,94$ donc $P(\overline{C} \cap \overline{A}) = 0,094$.

3) La pièce a subi une erreur de contrôle dans les deux cas suivants : $C \cap \overline{A}$ et $\overline{C} \cap A$; donc la probabilité que cela arrive est de :

$0,072 + 0,006 = 0,078$, il y a donc **7,8 %** de chance que la pièce ait subi une erreur de contrôle.

</td>
</tr>
</table>