Correction des exercices du cours

Exercice n°1 : On lance deux dés à 6 faces et on ajoute les points obtenus.

1) Quel est l'univers Ω de cette expérience aléatoire ?

2) Écrire l'événement A « obtenir une somme impaire » sous forme d'ensemble.

3) Écrire l'événement $\overline{A}$ sous forme d'ensemble.

4) Donner un événement élémentaire B, sous forme de phrase puis d'ensemble.

5) Décrire un événement impossible C, puis un événement certain D.

Réponses :

1) L'univers de cette expérience aléatoire, c'est l'ensemble des résultats possibles quand on ajoute deux dés : $\Omega=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

2) $A=\{3,5,7,9,11\}$

3) $\overline{A}$ c'est les autres possibilités, le contraire de A : $\overline{A}=\{2,4,6,8,10,12\}$

4) Un événement élémentaire c'est par exemple B : « obtenir 12 ».

C'est un événement ne comportant qu'une seule issue, ce qui correspond à un ensemble à un seul élément, qu'on appelle un singleton : $B=\{12\}$.

5) Un événement impossible, c'est par exemple C : « obtenir 1 ».

C'est un événement de probabilité nulle, donc $P(C)=0$.

Un événement certain c'est par exemple D : « obtenir moins de 13 ».
Sa probabilité est de 1, donc $P(D)=1$ ou 100%

Exercice n°2 :

On a lancé 1 000 fois un dé truqué. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

1) Établir la loi de probabilité de ce dé.

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
Numéro sorti	1	2	3	4	5	6
Nombre de sorties	82	120	153	207	265	

2) Donner la probabilité de l'événement « obtenir un multiple de 3 ».

Réponses :

1) Comme il manque le nombre de 6 obtenus, on commence par le déterminer :

82 + 120 + 153 + 207 + 265 = 827 et 1000 - 827 = 173 fois le résultat 6

Pour la loi de probabilité, il faut calculer les fréquences d'apparition de chaque face :

exemple pour 1 : fréquence = 82 / 1000 = 0,082 ou encore 8,2 %

on fait de même pour les autres, et on reporte les résultats sous forme d'un tableau :

Faces	1	2	3	4	5	6
Fréquences (ou probabilités ici)	8,20%	12,00% (120/10)	15,30% (153/10)	20,70% (207/10)	26,50% (265/10)	17,30% (173/10)

On vérifie bien que le total fait 100 %

A partir de ce tableau, qu'on appelle loi de probabilité, on connaît tout de cette expérience aléatoire.

2) La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est donc : P(3) + P(6) = 15,3 + 17,3 = 32,6%

Exercice n°3 : Une urne contient 10 billes indiscernables au toucher.
3 sont vertes (V), 3 sont bleues (B) et 4 sont jaune (J).
On choisit une bille au hasard dans cette urne.
Déterminer la loi de probabilité de cette expérience.
Donner la probabilité d'obtenir une bille qui ne soit pas verte.

Réponses :

Indiscernables au toucher signifie que l'on n'est pas tenté d'en choisir une plus qu'une autre parce qu'elle est plus lisse, petite, ou autre. Donc toutes les billes ont à la même chance d'être choisie, c'est une situation d'**équiprobabilité**.

La probabilité d'un événement A est alors donnée par la formule suivante :

$$P(A) = \frac{\text{nombres d'issues qui réalisent } A}{\textit{nombre d'issues total}}$$

Ce qui donne par exemple ici, $P(V) = \frac{\textit{nbre de billes vertes}}{\textit{nbre de billes}}$ = 3 / 10 = 0,3 ou encore 30%

La loi de probabilité de cette expérience aléatoire est un tableau de deux lignes :
une première ligne comportant toutes les issues possibles,
et une seconde ligne comportant les probabilités associées à ces issues.
Il y a trois issues possibles, donc c'est un tableau avec 3 colonnes :

Couleurs	V	B	J
Probas **en %**	3/10 = 30	3/10 = 30	4/10 = 40

Pour calculer la probabilité d'obtenir une bille qui ne soit pas verte, nous avons deux possibilités :

On utilise le fait qu'ici le contraire de Vert c'est Bleu ou Jaune, donc on écrit :

$$P(\textit{pas verte}) = P(\overline{V}) = P(B) + P(J) = 30 + 40 = 70\,\%$$

Ou bien on part de $P(V) = 30\,\%$ puis on utilise le fait que $P(\overline{V}) = 1 - P(V)$, ce qui donne :

$$P(\overline{V}) = 100\,\% - 30\,\% = 70\,\%$$

Donc la probabilité d'obtenir une bille qui ne soit pas Verte est de 70 %.

Exercice n°4 : Le tableau suivant montre la répartition des personnels d'une usine.

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200
Total	150	350	500

On rencontre une personne au hasard. On note H l'événement : « la personne est un homme », et C l'événement : « la personne est un cadre ».

Calculer les probabilités suivantes : $P(H)$, $P(C)$, $P(\overline{C})$, $P(H \cap C)$ et $P(H \cup C)$.

Réponses :

On est encore dans une situation d'équiprobabilité, car chaque personne à la même chance d'être choisie au hasard. Pour calculer les probabilités, il suffit donc d'être capable de comptabiliser le nombre de cas possibles, et les nombres de cas favorables à chaque fois.

On a donc :

P(H) = (nbre de cas favorables à H) / (nbre de cas possible)
P(H) = nbre d'H / nbre de pers = 300 / 500 = 3 / 5 = 0,6 ou 60 %

P(C) = 150 / 500 = 15 / 50 = 30 / 100 = 30 %

$P(\overline{C})$ = 1 – P(C) = 1 – 0,3 = 0,7 ou alors $P(\overline{C})$ = 100 % - 30 % = 70 %

$P(H \cap C)$ = 100 / 500 = 1 / 5 = 0,2 ou 20 %

$P(H \cup C)$ = (300 + 150 - 100) / 500 = 350 / 500 = 35 / 50 = 70 / 100 = 70 % ou 0,7

Attention, lorsqu'on fait 300 + 150, on compte deux fois les Hommes Cadres, et il faut donc les enlever une fois.
Ceci correspond à la formule $P(H \cup C) = P(H) + P(C) - P(H \cap C)$.

Exercice n°5 :

Une classe de première compte 28 elèves. 12 d'entre eux pratiquent la natation, 7 le volley-ball et 13 ne pratiquent ni la natation, ni le volley-ball.
On désigne au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité qu'il pratique :

1) les deux sports

2) l'un au moins des deux sports.

1) 28 – 13 = 15 pratiquent un sport

12 + 7 = 19 et 19 – 15 = 4 qui pratiquent les 2 sports

donc P(les deux sports) = (4 / 28) = 1 / 7 ≈ 0,14 ou 14 %

2) l'un des deux sports au moins c'est 28 – 13 = 15 élèves

donc P(un des deux sports) = 15 / 28 ≈ 0,54 ou 54 %

Exercice n°6 :

Dans une mercerie, le stock de pelotes à tricoter comporte trois qualités : pure laine, laine mélangée et coton. On s'intéresse aux couleurs écru et bleu, on constate qu'il y a au total 2 000 pelotes.

- La moitié de ces pelotes est en laine mélangée et 40 % des pelotes en laine mélangée sont écrues.
- Il y a 1 200 pelotes écrues au total.
- 20 % des 2 000 pelotes sont en coton et il n'y a pas de coton bleu.

1) Complétez le tableau suivant :

	pure laine	laine mélangée	coton	total
écru				
bleu				
total				

2) Un enfant choisit au hasard une pelote parmi les 2 000 pelotes. Toutes les pelotes ont la même probabilité d'être choisies.
On considère les événements suivants :
B : « la pelote est bleue » et L : « la pelote est en pure laine »

a. Calculer P(B) et P(L).

b. Définir par une phrase en français les événements $\overline{B}$, $B \cap L$ et $B \cup L$. Calculer leurs probabilités.

1) Les chiffres en gras sont donnés dans les renseignements de l'énoncé.

	pure	mélangée	coton	total
écru		400		**1200**
bleu			**0**	
total		**1000**	400	**2000**

Et on peut calculer les deux nombres suivants avec les deux derniers renseignements de l'énoncé :

40 % de 1 000 = 400 pelotes en laine mélangée sont écrues

20 % de 2 000 = (20 * 2000) / 100 = 400 pelotes en coton

Il est maintenant facile de compléter le tableau, et de vérifier le dernier nombre trouvé.

Exercice n°7 : Utilisation d'un arbre de probabilités :

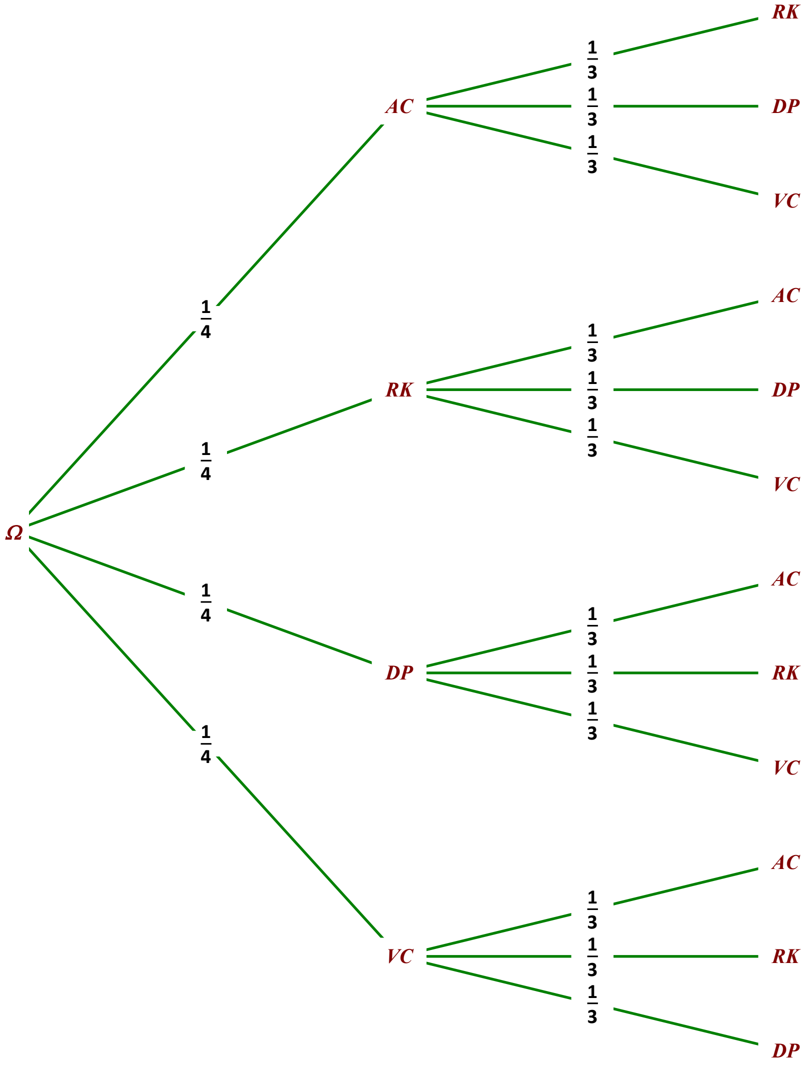
Un paquet de 4 cartes contient un as de coeur, un roi de carreau, une dame de pique et un valet de coeur. On tire une carte dans le paquet puis, sans la remettre, on en tire une deuxième.

1) Représenter la situation par un arbre. Combien y a-t-il de tirages (de deux cartes) possibles ?
2) Calculer la probabilité des événements suivants :
   - A : Tirer une dame puis un roi.
   - B : Tirer deux figures masculines.
   - C : Tirer deux coeurs.
   - D : Tirer deux cartes noires.

J'appelle les événements suivants :

AC = As de cœur, RK = Roi de carreau, DP = dame de Pique et VC = Valet de cœur

Arbre de probabilités de la situation, correspondant à un tirage sans remise :



L'événement A correspond à Dame puis Roi = une seule branche = DP puis RK

donc $P(A)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$ donc une chance sur douze.

L'événement B correspond à 2 figures masculines = deux branches = RK puis VC et VC puis RK donc $P(B)=2\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ donc une chance sur 6.

L'événement C correspond à 2 cœurs = 2 branches donc de même $P(C)=\frac{1}{6}$.

L'événement D correspond à 2 cartes noires, ce qui est impossible puisque la seule carte noire est la Dame de Pique. Donc $P(D)=0$.